Problèmes aux valeurs propres : modes et tendances

Les valeurs propres et les vecteurs propres sont parmi les concepts les plus utilisés pour l'analyse des systèmes linéaires invariants dans le temps.

En acoustique et en dynamique des structures, les systèmes non amortis sont généralement modélisés par une matrice de masse et de raideur réelles, symétriques et (semi)définies positives. Ce problème aux valeurs propres généralisé partage la plupart des propriétés des problèmes de valeurs propres standards hermitiens : les fréquences propres réelles et les vecteurs propres sont orthogonaux par rapport à la matrice de masse.

Ces propriétés sont les ingrédients clés de l'analyse modale, omniprésente dans les domaines de l'acoustique et des vibrations aussi bien expérimentalement, théoriquement que numériquement.

L'objectif de cette présentation est d'aller au-delà de ce cadre hermitien usuel et de voir ce qui change avec la prise en compte de l'amortissement, du rayonnement ou certains couplages avec d'autres physiques.

Une seconde partie de l'exposé sera consacrée aux dégénérescences spectrales et à la notion de point exceptionnel, où deux valeurs propres ainsi que leurs vecteurs propres fusionnent. Cette spécificité des problèmes non-hermitiens se retrouve dans l'ouverture de bandes interdites, la perte de stabilité ou l’atténuation optimale.

On verra enfin comment trouver ces points exceptionnels quand certains paramètres du problème, tels que la fréquence ou un module élastique, sont libres d'être changé.